



MODELAGEM MATEMÁTICA E GEOMETRIA ESPACIAL: UMA PROPOSTA PARA A EDUCAÇÃO BÁSICA

Beatriz Moreno Barbosa
Universidade Estadual de Londrina
beatriz.moreno@uel.br

Thalia Maccari Camargo
Universidade Estadual de Londrina
thalia.maccari@uel.br

Rosângela Maria Kowalek
Universidade Estadual de Londrina
rosangela.kowalek@uel.br

Resumo:

Neste artigo temos como objetivo discutir potencialidades da Modelagem Matemática para abordar conceitos relativos à Geometria Espacial por meio de uma proposta de atividade para a Educação Básica. Nossas discussões sobre a atividade proposta se amparam nas orientações da abordagem qualitativa, em que consideramos aportes teóricos da Modelagem Matemática como alternativa pedagógica e a importância do ensino de geometria espacial na Educação Básica. Assim, a atividade apresentada possui potencialidades que permitem uma articulação em sala de aula da Geometria Espacial com aspectos sociais e ambientes, além de promover um espaço em que os alunos podem participar da coleta de dados, escolher estratégias de resolução e utilizar a matemática para encontrar uma solução para um problema que inicialmente não envolve a matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática, Sala de aula, atividade de Modelagem Matemática.

1. Considerações Iniciais

No âmbito Educacional discussões passaram a serem empreendidas na intenção de relacionar os conteúdos estudados em sala de aula com a realidade dos estudantes, de modo que esses conteúdos sejam mais significativos para eles (Paraol, 2022). Nesse contexto, emergem diferentes abordagens no ensino para proporcionar atividades diferentes em sala de aula, que envolvem uma abordagem investigativa e uso da matemática.

No cenário da Educação Matemática essas abordagens são caracterizadas por diferentes tendências e metodologias, como por exemplo, utilização de jogos, resolução de problemas, investigação matemática, Modelagem Matemática, entre outras. Neste trabalho em especial, voltamos nosso olhar para a Modelagem Matemática, pois segundo

Vorhölter (2019) a Modelagem proporciona um processo dinâmico, criativo e interpretativo entre a matemática e o mundo real. Ainda segundo, Blum (2015) e Almeida (2022), no contexto educacional, a Modelagem Matemática pode favorecer o interesse dos estudantes pela aprendizagem, bem como, prepara-los para serem críticos e conscientes, ao passo que se envolvem com a utilização da matemática em situações cotidianas.

Diante dos argumentos favoráveis à utilização da Modelagem Matemática em sala de aula, propomos neste artigo uma atividade de Modelagem Matemática que possibilita o trabalho com conceitos relacionados à Geometria Espacial à luz dos encaminhamentos de Almeida, Silva e Vertuan (2012). Nosso objetivo reside em discutir potencialidades da Modelagem Matemática para abordar conceitos relativos à Geometria Espacial por meio de uma proposta de atividade para a Educação Básica.

Para tanto, o artigo apresenta após essa introdução considerações teóricas acerca da Modelagem Matemática e da importância da Geometria Espacial na Educação Básica, seguida pela descrição do planejamento da atividade, uma possível abordagem e, na sequência, as discussões de algumas potencialidades da atividade e as considerações finais.

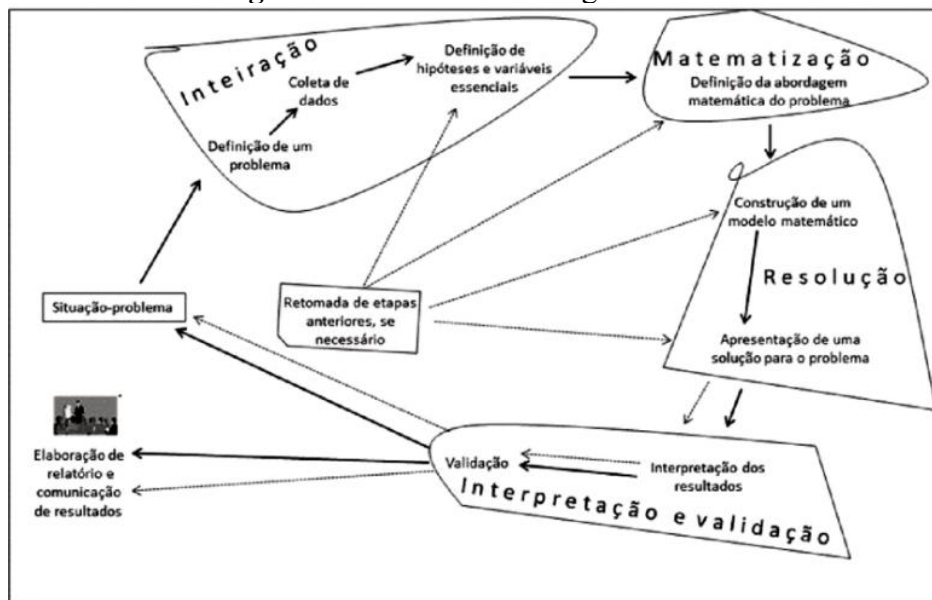
2. Modelagem Matemática

A Modelagem Matemática, é comumente compreendida como o processo de formular uma situação-problema, selecionar informações relevantes, construir um modelo matemático e avaliar sua utilidade na compreensão da realidade (Pollak, 2015). Na mesma direção Almeida (2018), pontua que a Modelagem Matemática configura-se como uma prática que envolve o uso da linguagem matemática para resolver problemas reais, assim no contexto da Educação Matemática a Modelagem Matemática pode ser descrita como “uma alternativa pedagógica que aborda por meio da matemática de problemas não essencialmente matemáticos (Almeida, Silva, Vertuan, 2012, p.12).

Atividades de Modelagem iniciam-se, portanto, com uma situação inicial que envolve um problema a ser resolvido e finaliza-se com uma solução aceitável para esse problema, nesse ínterim ocorrem procedimentos que proporcionam a resolução do problema. A esses procedimentos Almeida, Silva e Vertuan (2012) denominam-se de

fases da Modelagem Matemática, sendo; inteiração; matematização; resolução; interpretação e validação. Para representar a relação entre essas fases e o processo de fazer Modelagem Matemática, Almeida, Castro e Silva (2021) apresentam um ciclo, conforme Figura 1.

Figura 1 – Ciclo de Modelagem Matemática.



Fonte: Almeida, Castro e Silva (2021).

De acordo com o ciclo, uma atividade de Modelagem parte da seleção de uma situação-problema que dialogue com o cotidiano dos estudantes e que instigue o interesse investigativo. Na fase de Inteiração, os alunos se familiarizam com o contexto real, delimitam o problema, buscam por informações, coletam dados e levantam hipóteses. Essa etapa valoriza o envolvimento ativo e a atribuição de sentido ao problema, pois só a partir da percepção das variáveis essenciais é possível estruturar um caminho consistente de aprofundamento (Castro, 2022).

A fase da Matematização consiste em traduzir a problemática utilizando termos matemáticos, selecionando conceitos e estruturas adequadas para representar o fenômeno, exercitando criatividade e pensamento analítico, para migrar da linguagem natural à simbólica (Almeida, Silva, Vertuan, 2012). Na etapa de Resolução, os estudantes aplicam ou desenvolvem um modelo matemático que sirva de ferramenta para obter respostas plausíveis ao problema — atividade descrita por Almeida (2014) como a concretização da busca pela solução. Nessa fase, os estudantes partem da construção abstrata à execução de procedimentos, cálculos e simulações que levem a possíveis soluções.

Por fim, na fase de Interpretação e Validação, se faz necessário o confronto dos resultados obtidos com a situação-problema original, avaliando sua coerência e aplicabilidade ao contexto real. Nesse momento, ajustes e aperfeiçoamentos são feitos sempre que necessário, assegurando que o modelo não apenas produza resultados matemáticos corretos, mas também faça sentido em termos práticos e conceituais (Almeida, Silva, Vertuan, 2012).

Reconhecendo o caráter investigativo das atividades de modelagem que podem muitas vezes serem desafiadoras aos alunos, Almeida e Dias (2004) propõem os momentos de familiarização para apoiar estudantes quando iniciam o envolvimento com atividades de Modelagem Matemática.

O primeiro momento visa apresentar as informações iniciais aos alunos e deixar por conta deles a busca por uma solução para o problema proposto, utilizando as informações também entregues pelo professor. Já no segundo momento, os estudantes têm maior independência para coletar os dados e definir procedimentos, visto que o professor sugere uma situação problemática e não fornece o problema estruturado ou as informações e dados necessários à resolução. Por fim, o terceiro momento é marcado pela responsabilidade dos estudantes ao conduzir a atividade, cabendo a eles proporem a situação problema, bem como, todo o restante do desenvolvimento da atividade.

Diante disso, neste trabalho a atividade de Modelagem Matemática apresentada configura-se como uma atividade de primeiro momento, em que o professor apresenta aos estudantes a situação problema, juntamente com alguns dados que podem ser utilizados na resolução do problema.

3. A Geometria Espacial na Educação Básica

Nas orientações curriculares para o Ensino Médio (Brasil, 2006) a Geometria Espacial é definida como o estudo de posições relativas de objetos geométricos, assim como, relações entre figuras espaciais e planas. Segundo Dolce e Pompeo (2013), essa definição envolve a abordagem de objetos com três dimensões: comprimento, largura e altura.

Entre os tópicos abordados na Geometria Espacial, estudos e pesquisas (Oliveira *et. al.*, 2020; Vidaletti, 2009) que se direcionam ao ensino e aprendizagem desses conceitos, destacam abordagens relacionadas a áreas e volumes de prismas e corpos redondos, devido à sua ampla aplicação em situações do cotidiano. Segundo Smole e Diniz (2013, p. 78), “o volume e a área superficial são conceitos fundamentais para resolver problemas que demandam otimização de materiais ou espaços”, evidenciando a importância do estudo de sólidos como paralelepípedos, cubos e cilindros em problemas relacionados à construção civil, ao design, entre outros.

Ainda segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a Geometria Espacial proporciona abordagens que favorecem o desenvolvimento do raciocínio e da visualização espacial dos alunos, promovendo a compreensão do espaço e sua relação com o cotidiano. Diretrizes educacionais destacam a importância de proporcionar momentos em que os alunos possam

Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais, como o remanejamento e a distribuição de plantações, com ou sem apoio de tecnologias digitais (Brasil, 2018, p.26).

Nesse contexto, Chaves (2013) defende que o estudo da área de sólidos geométricos se mostra essencial para a compreensão e resolução de diversas situações práticas enfrentadas no dia a dia. Ao calcular a área superficial de figuras como caixas, latas, tanques ou telhados, por exemplo, o estudante desenvolve a capacidade de estimar a quantidade de material necessário para revestimentos, pinturas, embalagens e construções. Assim, ao relacionar os conceitos abstratos da Geometria Espacial com problemas concretos, o ensino se torna mais significativo, despertando o interesse dos alunos e promovendo uma aprendizagem contextualizada (Lecrer, Pazuch, 2020).

4. Planejamento da atividade

A atividade de Modelagem Matemática proposta neste artigo integra um plano de aula elaborado pelas duas primeiras autoras durante a realização do Estágio Supervisionado. A proposta surgiu do interesse das professoras estagiárias em abordar

conteúdos relativos à Geometria Espacial por meio de contextos e situações reais, conforme sinalizam os documentos orientadores da Educação Básica.

Diante disso, neste trabalho apresentamos a atividade proposta e uma possível abordagem de resolução na intenção de discutir potencialidades da Modelagem Matemática para abordar conceitos relativos à Geometria Espacial na Educação Básica. Assim, na sequência apresentamos o contexto real sobre o qual se deu a atividade e o problema a ser resolvido.

A proposta da atividade surgiu de notícias e manchetes que apresentavam projetos de sustentabilidade envolvendo as situações climáticas que o país passa em determinadas épocas do ano. Dentre esses projetos, um defendia a utilização de caixas de leite como isolantes térmicos, conforme informações do Quadro 1.

Quadro 1 – Situação da realidade que desencadeou a atividade

A reutilização de caixas de leite tem se destacado como uma solução sustentável e de baixo custo para melhoria das condições de moradia de famílias de baixa renda, em diversas regiões do Brasil.



<https://gauchazh.clicrbs.com.br/comportamento/noticia/2019/04/conheca-o-projeto-que-transforma-caixa-de-leite-em-isolante-termico-para-casas-cju35rhrp00z301nvwzwyf8a5.html>

Isolante térmico feito com caixas de leite ajuda amenizar onda de calor em casas de população de baixa renda de São Carlos

Projeto de estudantes da USP já alterou 50 casas. Ação começou em 2019 em moradias de ocupação na área rural.

Por Fernanda Ribeiro, g1 São Carlos e Araraquara
16/12/2023 18h53 - Atualizado há um ano

<https://g1.globo.com/sp/sao-carlos-regiao/noticia/2023/12/16/isolante-termico-feito-com-caixas-de-leite-ajuda-amenizar-onda-de-calor-em-casas-de-populacao-de-baixa-renda-de-sao-carlos.ghtml>

Fonte: Pesquisas das autoras

A partir das manchetes obteve-se informações que esses projetos visam atender comunidades vulneráveis, onde as casas são construídas com materiais que não proporcionam um ambiente confortável dependendo das temperaturas, seja o calor ou o frio. Assim, a utilização das embalagens para formar painéis que atuam como isolantes é defendida como uma possibilidade de baixo custo e que promove conscientização ambiental por meio da reciclagem de materiais que iriam para o lixo.

No entanto, as notícias indicam que por ser um projeto de iniciativa pública surgem questionamentos por parte da sociedade como: É viável a utilização desses

materiais? São estruturas duráveis? Qual será o gasto com um projeto desse? Qual o custo para isolar essas casas?. Diante dessas indagações, elegeu-se como problema a ser resolvido na atividade: *Qual o custo de isolar uma casa de baixa renda com caixas de leite?*

Considerando que a atividade poderia ser a primeira experiência dos alunos com a Modelagem Matemática, optou-se por utilizar os momentos de familiarização proposto por Almeida e Dias (2004). Assim, considera-se o primeiro momento, em que a situação, o problema e algumas informações como, plantas de casas classificadas como de baixa renda e diferentes tipos de caixas de leite, foram entregues aos alunos.

Na seção seguinte apresentamos uma possível abordagem da atividade que pode ocorrer entre quatro e cinco aulas dependendo dos alunos e da turma.

5. Uma possível abordagem

A atividade proposta inicia-se com a apresentação da situação e do problema a ser resolvido, juntamente com algumas informações relativas a casas de baixa renda e a embalagens de leite. A partir desse momento cada grupo¹ pode optar por utilizar diferentes informações entregues pela professora, o que leva a diferentes hipóteses e caminhos particulares para a resolução do problema.

Portanto, na abordagem que apresentamos neste artigo consideramos as informações apresentadas no Quadro 2.

Quadro 2 – Informações

Casa popular com 2 quartos.



¹ Sugere-se que alunos realizarem atividades de Modelagem Matemática em grupos, pois segundo Almeida (2022) estar em grupo promove a interação e auxilia os alunos nas tomadas de decisões e na utilização da matemática.



Medidas: Janelas e Portas	
Janela 1	1,2m x 1m
Janela 2	0,6m x 0,6m
Porta	0,8m x 2,1m

Fonte: http://www.projetodecasas.com/2012/07/projetos-de-casas-populares.html#google_vignette

Caixa de leite



Fonte: as autoras

Diante das informações e do problema espera-se que os alunos percebam que o problema trata de custos de produção, então, será preciso descobrir a quantidade de material que será necessário e, o valor associado a essa quantidade. Em atividades de Modelagem Matemática essas informações vão sendo percebidas e as estratégias de resolução elencadas ou construídas durante a interação do grupo, no entanto, se o professor perceber dificuldades ou equívocos dos alunos deve intervir com sugestões e orientações, conforme sinaliza Almeida (2022).

Para resolver o problema são necessários outros dados além dos que podem ser obtidos por meio das informações fornecidas pela professora no Quadro 2 como por exemplo as medidas da caixa de leite e o valor das caixas de leite para o cálculo do custo (Quadro 3).

Quadro 3 – Dados coletados

Medidas da Caixa de Leite Lider



Valores encontrado na internet para o quilograma de caixa de leite recicladas variam entre R\$0,30 e R\$0,50

O peso de uma caixa de leite vazia é igual a 25 g

Fonte: as autoras

Por meio das informações e da coleta de dados é possível elencar as hipóteses e simplificações.

Hipóteses

H_1 = Será revestido as paredes laterais da casa;

H_3 = Para o revestimento será utilizado caixa de leite da marca Lider;

H_4 = Valor considerado do quilograma da caixa de leite reciclada será de R\$0,40.

Simplificações:

S_1 = Será desconsiderada a área de janelas, portas.

Com vistas a desenvolver uma resolução para o problema, no que compete a matematização, estabelecemos uma relação entre os objetos investigados e elementos da geometria especial. Assim, por meio do conceito de planificação de sólidos geométricos e o cálculo de áreas laterais encontramos os modelos matemáticos que permitem responder o problema. Esses modelos fornecem a área da casa que será revestida, a área da caixa de leite para realizar a comparação e o cálculo do custo (Quadro 4).

Quadro 4 – Resolução
Área que será revestida



$$\begin{aligned} \text{Área} &= \text{Lado 1} + \text{Lado 2} + \text{Lado 3} + \text{Lado 4} \\ \text{Lado 1} &= (2,99 + 2,95 + 1) \cdot (2,6) - 2 \cdot (1,2 \cdot 1) - (0,8 \cdot 2,1) \\ &= 13,96m^2 \end{aligned}$$

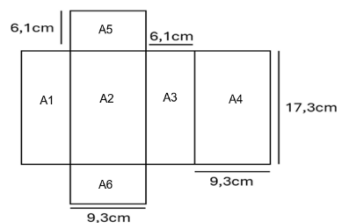
$$\begin{aligned} \text{Lado 2} &= ((2 \cdot 3,19) + 1,3) \cdot (2,6) - (0,6 \cdot 0,6) = 19,61m^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Lado 3} &= (2,99 + 2,95 + 1,5) \cdot (2,6) - 2 \cdot (1,2 \cdot 1) - (0,8 \cdot 2,1) = 15,26m^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Lado 4} &= (2,26 + 3,05) \cdot (2,6) = 13,81m^2 \end{aligned}$$

$$At = 13,96 + 19,61 + 15,26 + 13,81 = 62,64m^2$$

Área da caixa de leite



Planificação da caixa de leite

$$\text{Área} = A1 + A2 + A3 + A4 + A5 + A6$$

Temos que $A1 = A3$, $A2 = A4$ e $A5 = A6$.

Logo

$$At = 2A1 + 2A2 + 2A3$$

$$At = 2(6,1 \cdot 17,3) + 2(9,3 \cdot 17,3) + 2(9,3 \cdot 6,1)$$

$$At = 211,06 + 321,78 + 113,46$$

$$At = 646,3cm^2$$

Caixas de leite necessárias para revestir a casa

Poderemos considerar 970 caixas de leite utilizadas.
Quantidade em quilogramas.

Custo de revestimento

O custo será de R\$9,70

Fonte: as autoras

A realização da interpretação dos resultados e validação pode ser feita por meio de pesquisas sobre a execução do projeto, conversas com pessoas envolvidas em projetos sustentáveis, bem como, considerar outras situações que esse tipo de material é utilizado e o custo dessa utilização.

6. Algumas potencialidades da atividade

A atividade de Modelagem Matemática apresentada permite uma abordagem em sala de aula que integra matemática com questões sociais e ambientais. Ao investigar a viabilidade do uso de caixas de leite como isolante térmico em residências de baixa renda, os estudantes podem se envolver com uma situação real de cunho social em que utilizam conceitos de Geometria Espacial, cálculo de áreas de superfícies, para estimar a quantidade de material necessário e o custo total do projeto. Essa abordagem contextualizada permite que os alunos desenvolvam competências matemáticas enquanto refletem sobre problemas reais, promovendo uma aprendizagem significativa e alinhada às diretrizes da BNCC, que valorizam o uso da matemática na interpretação e intervenção na realidade.

Além de promover o desenvolvimento do pensamento geométrico, essa atividade também favorece a construção de uma atitude crítica. Ao se depararem com a temática da vulnerabilidade habitacional e das soluções sustentáveis de baixo custo, os estudantes são convidados a refletir sobre desigualdades sociais, consumo consciente e reaproveitamento de materiais. Dessa forma, a matemática deixa de ser apenas um conteúdo técnico e passa a assumir um papel social, tornando-se uma ferramenta para a transformação da realidade. A interdisciplinaridade implícita na proposta, ao articular matemática, meio ambiente e cidadania, contribui para a formação integral dos estudantes, como sujeitos capazes de propor soluções criativas e conscientes para os desafios do cotidiano.

Em relação ao desenvolvimento da atividade considera-se que pode promover um ambiente em que os alunos tomam decisões sobre a resolução, constroem modelos matemáticos a partir de dados reais que eles mesmos coletaram. Aspectos que segundo a literatura (Almeida, Silva e Vertuan, 2012; Castro, 2022), podem motivar o envolvimento dos estudantes nas aulas de matemática.

Outra potencialidade é que essa atividade proporciona um ambiente em que os alunos podem reconhecer a presença da Geometria Espacial em situações do cotidiano, superando a percepção que pode haver em relação aos conteúdos matemáticos serem totalmente abstratos e dissociados de contextos reais, ou seja, a atividade proporciona aspectos que são indicados e requeridos nos documentos que norteiam a Educação Básica como os PCNs e a BNCC.

7. Considerações finais

No presente artigo o objetivo consistia em discutir potencialidades da Modelagem Matemática para abordar conceitos relativos à Geometria Espacial por meio de uma proposta de atividade para a Educação Básica. Assim, considerando a Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica e a importância do ensino de geometria espacial na Educação Básica, desenvolveu-se uma proposta de atividade que apresenta potencialidade para a sala de aula que permite a articulação da Geometria Espacial com aspectos sociais e ambientes, além de promover um espaço em que os alunos podem participar da coleta de dados, escolher estratégias de resolução e utilizar a matemática para encontrar uma solução para um problema que inicialmente não envolve a matemática.

Consideramos ainda que a atividade proposta pode configurar-se como um ambiente que favorece o desenvolvimento de habilidades matemáticas relativas a Geometria Espacial para resolver problemas em contextos reais, em que os estudantes são levados a aplicar conceitos matemáticos refletir sobre questões do contexto, neste caso podem ser as questões socioeconômicas.

De modo geral, pode-se pontuar que a atividade pode ser um meio que coloca o aluno como protagonista da resolução, colaborando com o desenvolvimento do pensamento crítico, capacidade de argumentação, o que contribui para uma formação mais ampla, integrando o conhecimento escolar à realidade conforme indica a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Por fim, salientamos que neste artigo as discussões se amparam na proposta da atividade e um possível caminho para a resolução, sendo que trabalhos futuros podem alargar essas discussões considerando o desenvolvimento dessa proposta em sala de aula.



Referências

ALMEIDA, L. M. W.; CASTRO, É. M. V.; SILVA, M. H. S. Recursos semióticos em atividades de Modelagem Matemática e o contexto on-line. Alexandria: **Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 14, n. 2, p. 383-406, 2021.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle. Uma abordagem didático-pedagógica da Modelagem Matemática. **Vidya**, v. 42, n. 2, p. 121-145, 2022.

ALMEIDA, L. A. S. de; DIAS, R. R. **Modelagem Matemática: perspectivas para o ensino e aprendizagem**. In: LOPES, C. E. M.; ALMEIDA, L. A. S. de. (Org.). **Modelagem Matemática e educação matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2004. p. 123-137.

ALMEIDA, L. A. S. de; SILVA, R. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática: uma abordagem pedagógica**. 3. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2012.

BLUM, W. Contributions of mathematics education to the mitigation of social issues. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 46, n. 3, p. 19-27, 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <https://www.gov.br/mec/pt-br/assuntos/noticias/base-nacional-comum-curricular-bncc>. Acesso em: 14 jul. 2025.

CASTRO, Elida Maiara Velozo de. **Metacognição em atividades de Modelagem Matemática**. 2022. 229 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2022.

CHAVES, Juliana de Oliveira. **Geometria espacial no ensino fundamental: uma reflexão sobre as propostas metodológicas**. 2013.

DOLCE, O.; POMPEO, J. R. **Fundamentos de matemática elementar: geometria espacial**. 11. ed. São Paulo: Atual, 2013. v. 9.

LECRER, Ohanna Peres Varela Garcia; PAZUCH, Vinícius. O ensino de geometria espacial: um panorama de pesquisas por meio de uma metassíntese. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 9, n. 20, p. 38-61, 2020.

OLIVEIRA SETTIMY, Thaís Fernanda; BAIRRAL, Marcelo Almeida. Dificuldades envolvendo a visualização em geometria espacial. **Vidya**, v. 40, n. 1, p. 177-195, 2020.

PARAOL, Cristina da Silva Martins; STORMOWSKI, Vandoir. A aprendizagem em Matemática e a realidade dos alunos no contexto da rizicultura. **RENCIMA: Revista de ensino de ciências e matemática**. São Paulo. Vol. 13, n. 5 (out./dez. 2022), p. 1-23, 2022.



POLLAK, H. O. The place of applications in the teaching of mathematics.

International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, v. 46, n. 3, p. 377-388, 2015.

VIDALETTI, Vangiza Bortoleti Berbigier. **Ensino e aprendizagem da geometria espacial a partir da manipulação de sólidos**. 2009.

VORHÖLTER, K. Students' perspectives on mathematical modeling: Do they walk the way they talk? **ZDM Mathematics Education**, v. 51, p. 197–211, 2019.