PROBLEMA DE MIN-MAX DE MÚLTIPLOS CARTEIROS VIAJANTES PARA A EXECUÇÃO DE CAPINA E ROÇAGEM DE TERRENOS DA CIDADE DE LONDRINA

Lucas Queiroz Dallolio
Universidade Estadual de Londrina
lucas.queiroz.dallolio@uel.br

Bruno Edson dos Santos
Universidade Estadual de Londrina
bruno.edson.santos@uel.br

Aline Aparecida de Souza Leão
Universidade Estadual de Londrina
aasleao@uel.br

Resumo:

O problema de capina e roçagem de terrenos públicos, como escolas, hospitais e cemitérios, em geral é realizado por servidores públicos ou empresas terceirizadas. Esta atividade precisa ser realizada de maneira periódica, em que os funcionários podem ser separados em equipes. Neste caso, é necessário determinar o número de equipes e a rota que cada uma irá percorrer, de modo a otimizar a rota percorrida e que a carga de trabalho seja distribuída de maneira igual. Neste trabalho, utilizamos o problema do caixeiro viajante assimétrico para modelar o problema. Além disso, apresentamos um estudo envolvendo a análise e o tratamento de dados da prefeitura de Londrina, disponibilizados pela Companhia Municipal de Trânsito e Urbanização.

Palavras-chave: Otimização, caixeiro viajante, análise de dados reais.

1. Introdução

A capina e roçagem de terrenos públicos, como escolas, unidades de saúde, cemitérios e praças, são de responsabilidade das prefeituras e devem ser realizados por servidores ou empresa terceirizada. Em Londrina, o serviço é realizado tanto pela Companhia Municipal de Trânsito e Urbanização (CMTU), uma empresa pública da administração indireta para terrenos cujo proprietário é o próprio município de Londrina, quanto as demais secretarias e autarquias de administração direta. Atualmente está sendo implementada uma mudança, em que os terrenos internos aos equipamentos públicos que estão a cargo dessas secretarias passarão a ter serviço prestado por empresa terceirizada contratada pela

prefeitura municipal diretamente, ou seja, será de responsabilidade da administração direta da prefeitura.

Neste trabalho, foi realizado um levantamento dos terrenos cujo serviço de capina e roçagem será realizado por empresas terceirizadas de contrato direto com a prefeitura que antes de 2025 eram realizados pelas secretarias e autarquias, com objetivo de otimizar este serviço. O problema consiste em determinar o número de equipes necessárias para a efetuação do serviço de capina e roçagem e as menores rotas a serem tomadas por cada uma das equipes. Sendo que a carga de trabalho deve ser distribuída de modo mais homogêneo possível.

O problema pode ser interpretado como um problema do caixeiro viajante assimétrico, onde é necessário encontrar o menor ciclo hamiltoniano ao longo de um grafo orientado completo conforme detalhado em Reinelt (1991). A assimetria é dada pelo fato que, em termos do deslocamento por vias em cidades, a distância entre um ponto A e outro B é inteiramente dependente da orientação das ruas. Além disso, o tempo de execução de tarefa no ponto inicial deve ser adicionado ao tempo de descolamento. Deste modo, a distância d_{AB} é distinta da distância d_{BA}.

Para melhor adequar o modelo a realidade, foi utililizado uma variação do problema assimétrico clássico, o problema de múltiplos caixeiros viajantes com função objetivo que minimiza a maior rota, denominado *min-max multiple Travelling Salesman problem (Min-Max mTSP)*. Este problema foi proposto por França et al. (1995) e a modalagem matemática é detalhada em Takafumi e Kazumiti (2014).

O texto está organizado da seguinte forma. Na Seção 2, é apresentado o modelo matemático para o *Min-Max mTSP*. A análise e o tratamento dos dados fornecidos pela CMTU, que futuramente serão utilizados como dados de entrada para o modelo, estão descritos na Seção 3. As próximas etapas de desenvolvimento do trabalho estão descritas na Seção 4.

2. Modelagem do Problema

O modelo *Min-Max mTSP*, ou o problema de *Min-Max* de múltiplos caixeiros viajantes caso traduzido literalmente, recebe esse nome por considerar mais de um caixeiro no modelo e visar pela minimização das maiores rotas para cada caixeiro.

Para representar esse problema, considere um conjunto $V = \{1, 2, \ldots, n\}$ de nós em um grafo com um ponto de partida dentre eles, tal como um conjunto $K = \{1, 2, \ldots, m\}$ de caixeiros. Sem perda de generalidade, o nó 1 será considerado como

o ponto de partida das rotas.

Restrigindo o problema, é necessário que cada nó seja visitado exatamente uma vez por apenas um caixeiro, começando no ponto de partida e retornando a ele após o término da rota. Para tal faremos uso de três tipos de variáveis de decisão: x_{ijk},y_{ik}, f_{ijk}.

Quando um caixeiro k visita um nó j diretamente após um nó i, a variável de decisão x_{ijk} admitirá valor 1, ou 0 caso contrário. Analogamente, o mesmo processo é definido para a variável y_{ik} que define se o caixeiro k visitou o nó i . Por fim, a variável não-negativa f_{ijk} tem o uso único de eliminar subrotas, garantindo que os caixeiros percorram todo o seu trajeto completo.

Adicionalmente, entre um nó i e um nó j haverá uma distância d_{ij}. Assim feito, é possível definir o modelo matematicamente da seguinte maneira:

$$\min \max_{k}(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} d_{ij}x_{ijk}) \tag{1}$$

sujeito a:

$$\sum_{k=1}^{m}\sum_{j=2}^{n} x_{1jk} = m \tag{2}$$

$$\sum_{k=1}^{m}\sum_{h=2}^{n} x_{h1k} = m \tag{3}$$

$$\sum_{k=1}^{m} y_{ik} = 1 \quad \forall i \in V \tag{4}$$

$$\sum_{h=1}^{n} x_{hik} = y_{hik} \quad \forall k \in K, \forall i \in V \tag{5}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ijk} = y_{ik} \tag{6}$$

$$f_{ijk} \leq (n-1)x_{ijk} \tag{7}$$

$$\sum_{k=1}^{m}\sum_{i=1}^{n} f_{i1k} = n-1 \tag{8}$$

$$f_{1jk} = 0 \quad \forall k \in K, \forall i \in V \tag{9}$$

$$\sum_{j=1}^{n} f_{ijk} - \sum_{h=1}^{n} f_{hik} = y_{ik} \quad \forall i \in V, \forall k \in K \tag{10}$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall i,j \in V,\ \forall k \in K \tag{11}$$

$$y_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i \in V,\ \forall k \in K \tag{12}$$

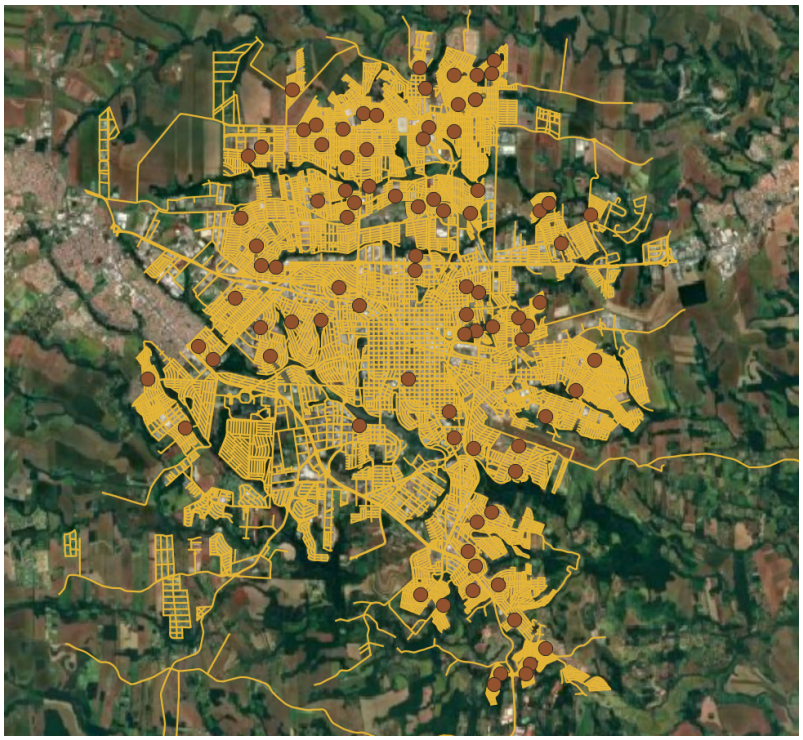
$$f_{ijk} \geq 0 \quad \forall i, j \in V, \forall k \in K \tag{13}$$

A função objetivo (1) visa minimizar a maior rota percorrida pelos caixeiros. As restrições (2) e (3) garantem que todo caixeiro deve começar no ponto de partida e retornar a ele no fim do trajeto. As restrições (4) determinam que todo nó deve ser visitado apenas uma vez. As restrições (5) e (6) garantem que se um caixeiro k visita um nó i, então o nó i é visitado pelo caixeiro k a partir de um nó h, isto é, o caixeiro visita exatamente um nó j a partir do nó i, respectivamente. As restrições (7) a (10) são voltadas à eliminação de subrotas e, finalmente, as restrições (11) a (13) especificam o domínio das variáveis de decisão.

3. Análise e tratamento de dados

De início, foi necessário definir as especificações do grafo por meio do mapa de Londrina e os dados dos terrenos. Com as ferramentas de análise geográfica do software QGIS foram estabelecidos nós com base nos terrenos e as suas proximidades uns aos outros, aglutinando aqueles situados a 500 metros ou menos um do outro a fim de desconsiderar distâncias muita pequenas. No total, foram obtidos 88 nós, como a ilustra a Figura 1.

Figura 1 – Ilustração gráfica do arruamento de Londrina com os nós do problema.



Fonte: Própria.

Após isso feito, foram extraídas as menores distâncias entre todos os nós para compor uma planilha com $88^2 = 7744$ células, onde cada valor d_{ij} determina a distância do nó i ao j. Adicionalmente, foram extraídas as áreas de roçamento de cada terreno providenciadas nos arquivos da CMTU.

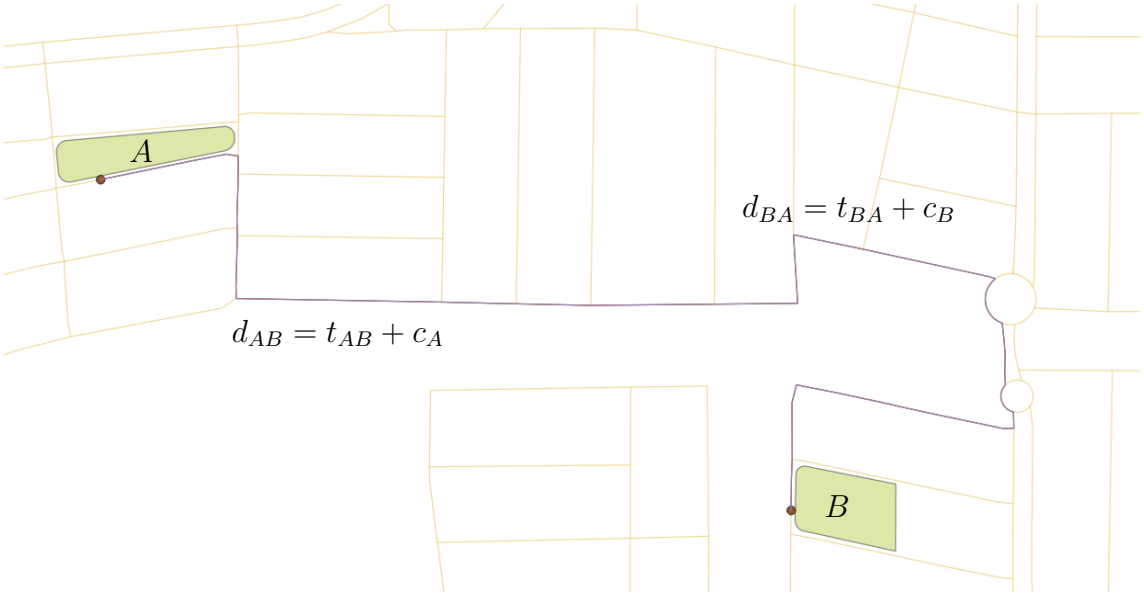
Para homogeneizar ambas métricas, foi considerado como o trajeto e a área de cada terreno afetam a duração do serviço. Em outras palavras, as medidas foram estabelecidas em termos de minutos.

Quanto as distâncias, assumindo que os veículos de cada equipe desempenham uma velocidade constante de $50km/h$ dentro da cidade, então para cada quilômetro seriam gastos em torno de $1,2$ minutos.

O tempo necessário para carpir o terreno depende de múltiplas variáveis como inclinação do terreno, altura da vegetação, se é necessário fazer a roçagem manual em áreas calçadas, entre outras. Deste modo, é necessário estimar um tempo médio para limpar os terrenos. Com base no relato dos fiscais de obra da CMTU, foi considerado uma média de 20 segundos por metro quadrado. Por fim, é definido que a distância total a partir de um nó i ao j (d_{ij}) será a soma do tempo gasto no trajeto (t_{ij}) com o tempo gasto carpindo o terreno do nó i (c_i), isto é, $d_{ij} = t_{ij} + c_i$.

O aspecto assimétrico do problema também é advindo dessa soma, pois em geral os terrenos possuem áreas distintas uma das outras. Isso significa que, mesmo que a cidade de Londrina fosse completamente simétrica e que todas as suas vias fossem de mão dupla, o custo d_{ij} de carpir o terreno i a partir do terreno j não será equivalente ao custo d_{ji}, tal como exemplifica a Figura 2.

Figura 2 – Exemplo gráfico da assimetria dos caminhos.



Fonte: Própria.

4. Trabalhos futuros

Neste trabalho, foi realizado um estudo dos dados disponibilizados pela CMTU para determinar o número de equipes necessária para a efetuação do serviço de capina e roçagem de terrenos que serão de responsabilidade da administração direta da prefeitura municipal, analisando as menores rotas a serem tomadas com a finalidade de otimizar o serviço. Os dados base aqui estabelecidos serão utilizados como dados de entrada para o modelo (1) - (13). Atualmente, o modelo está em fase de implementação computacional. Para tal, está sendo utilizado a linguagem de programação *Python* com duas bibliotecas auxiliares, o *PuLP* e o *NetworkX*, sendo voltados à criação de modelos de otimização e de grafos, respectivamente.

Vale ressaltar que os dados aqui descritos configuram uma instância para o problema *Min-Max mTSP*. Instâncias maiores podem ser obtidas por considerar os terrenos que atualmente são de responsabilidade da CMTU.

Referências

FRANÇA, Paulo M. et al. The m-Traveling Salesman Problem with Minmax Objective. **Transportation Science**, v. 29, n. 3, p. 267–275, 1995.

REINELT, Gerhard. **The Travelling Salesman: Computational Solutions for TSP Applications**. Berlim: Springer Berlin, Heidelberg, 1991.

TAKAFUMI, M.; KAZUMITI, N. Solving Min-Max Multiple Traveling Salesman Problems by Chaotic Neural Network. In: NOLTA2014 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications. Luzern, Switzerland: [s.n.], 2014. P. 1–4.